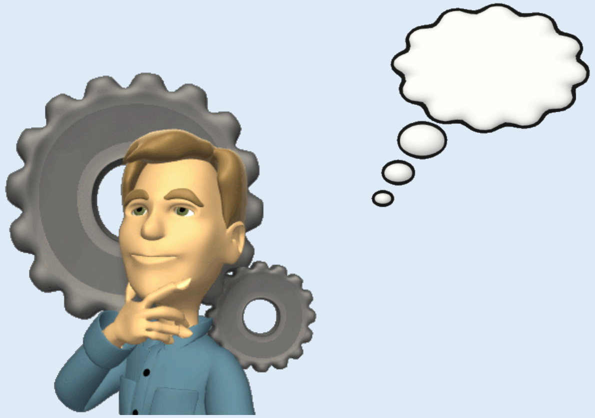
HABILIDAD LÓGICA MATEMÁTICA



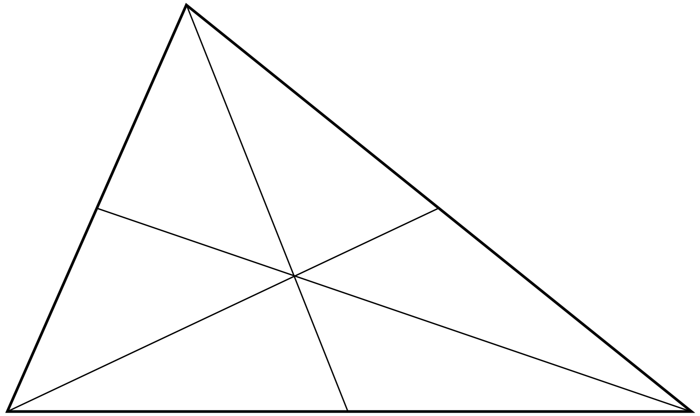
Profesor
Roberto Mariños

CONTEO DE FIGURAS

CONTEO DE FIGURAS

Consiste en averiguar el número exacto de figuras (por lo general, la máxima cantidad de ellas) que tienen ciertas características o son de un tipo determinado, que puedan identificarse en una figura principal. Dicha figura principal se encuentra dividida por líneas que determinan figuras secundarias de diversas formas y tamaños.

Por ejemplo:



N° triángulos: 16

N° cuadriláteros: 6

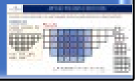
N° pentágonos: 9

Reto para ustedes, ¿cuánto sale cada caso?

PITAGORAS ACADEMIA

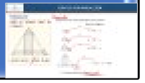
Métodos de conteo

Método por simple inspección



Método por combinación

Conteo por inducción

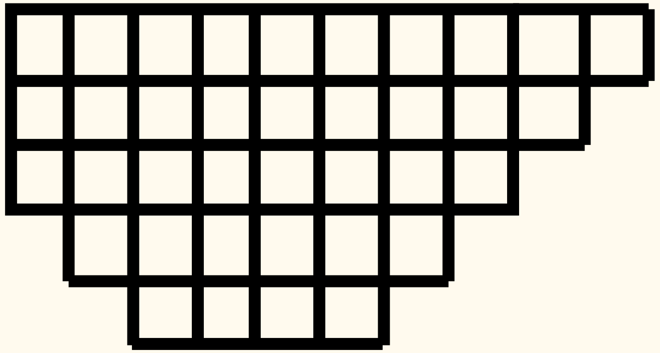


MÉTODO POR SIMPLE INSPECCIÓN

Consiste en que a solo vista y con una búsqueda sencilla se puede determinar la figura solicitada.

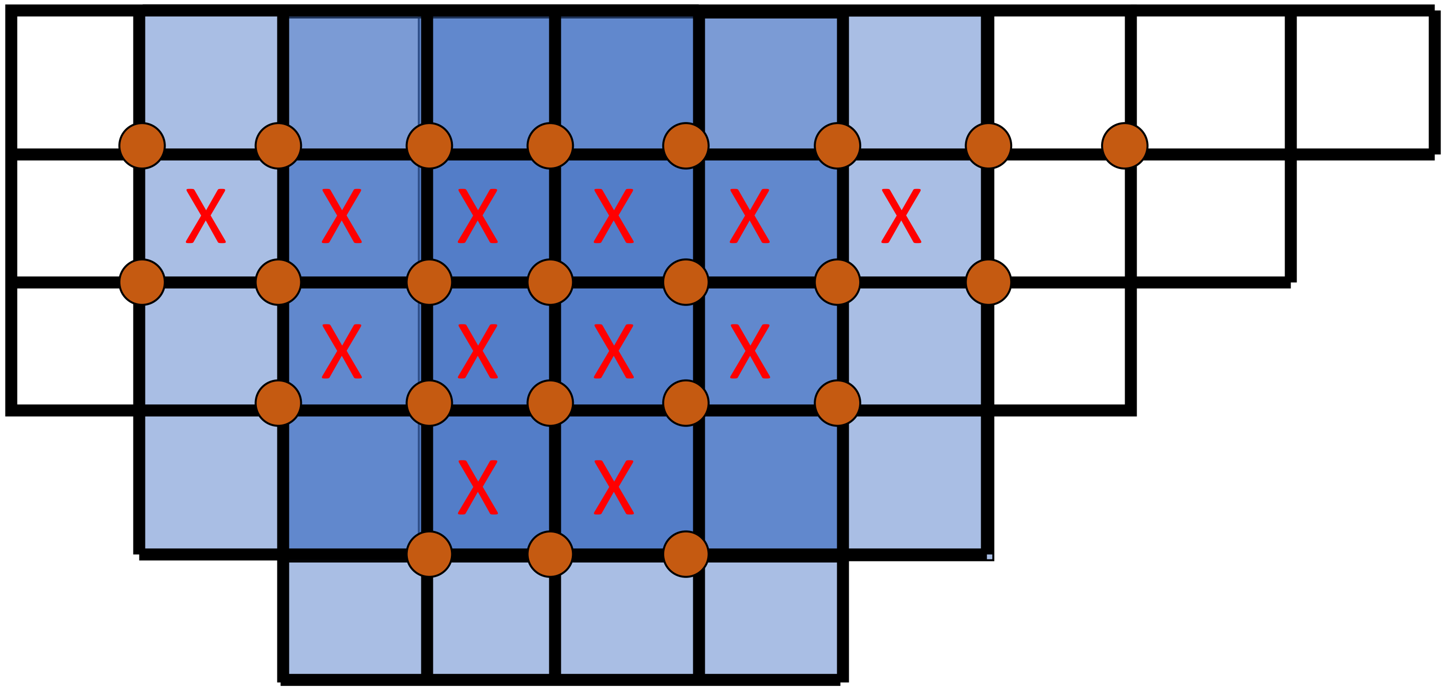
Problema 01:

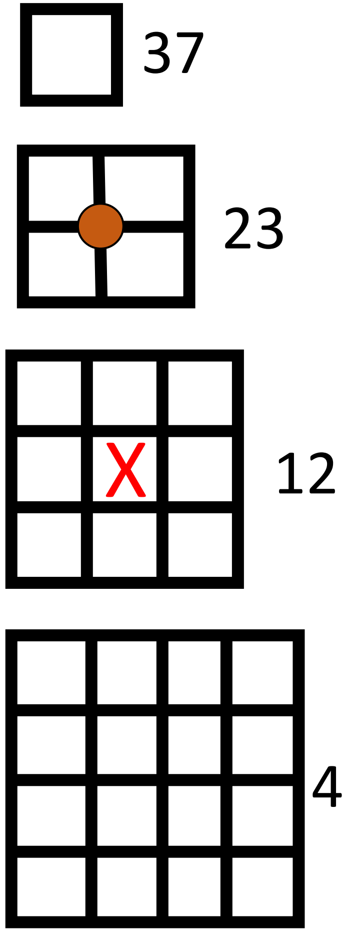
Cuántos cuadrados hay en la figura



A) 50 B) 65 C) 76
D) 84 E) 91

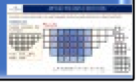
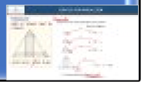
Resolución





$\therefore$ N° Cuadrados = 37 + 23 + 12 + 4 = 76

Métodos de conteo

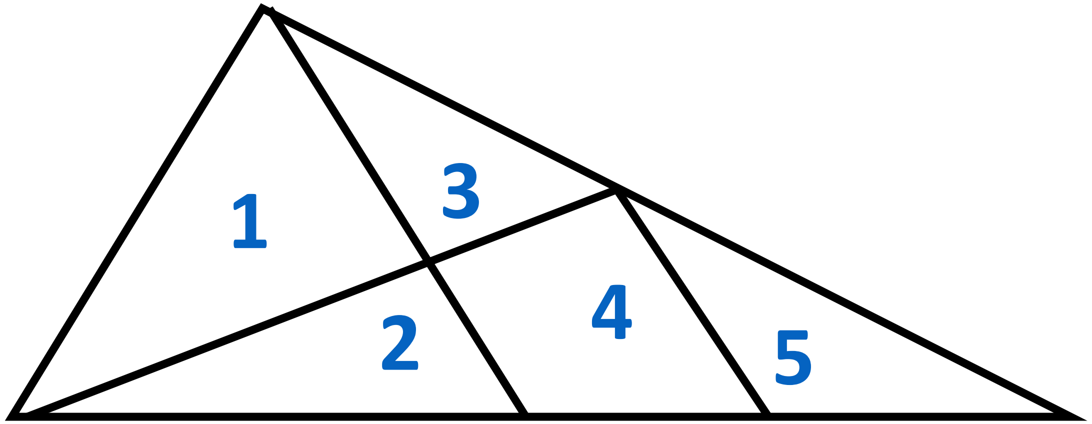
- Método por simple inspección 
- Método por combinación 
- Conteo por inducción 

MÉTODO POR COMBINACIÓN

Consiste en asignar con dígitos o letras las regiones simples y luego anotar las "combinaciones" de estos dígitos o letras que formen la figura solicitada en el ejercicio; para luego realizar el conteo final de estas "combinaciones".

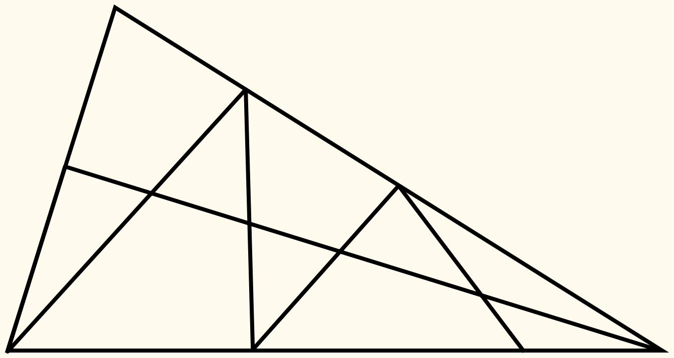
Se sugiere asignar los dígitos o letras en forma secuencial y no muy alejados unos de otros, para que al momento de hacer el conteo la formación de la figura solicitada sea más sencilla.

Luego, en el proceso de conteo éste debe ser realizado en forma ordenada y secuencialmente, así encontraremos primero figuras formadas por una figura simple, luego figuras formadas por dos figuras simples, después buscamos las figuras formadas por tres figuras simples y así sucesivamente.



Problema 02:

Dada la siguiente figura, determine la máxima cantidad de triángulos que se pueden contar en ella.

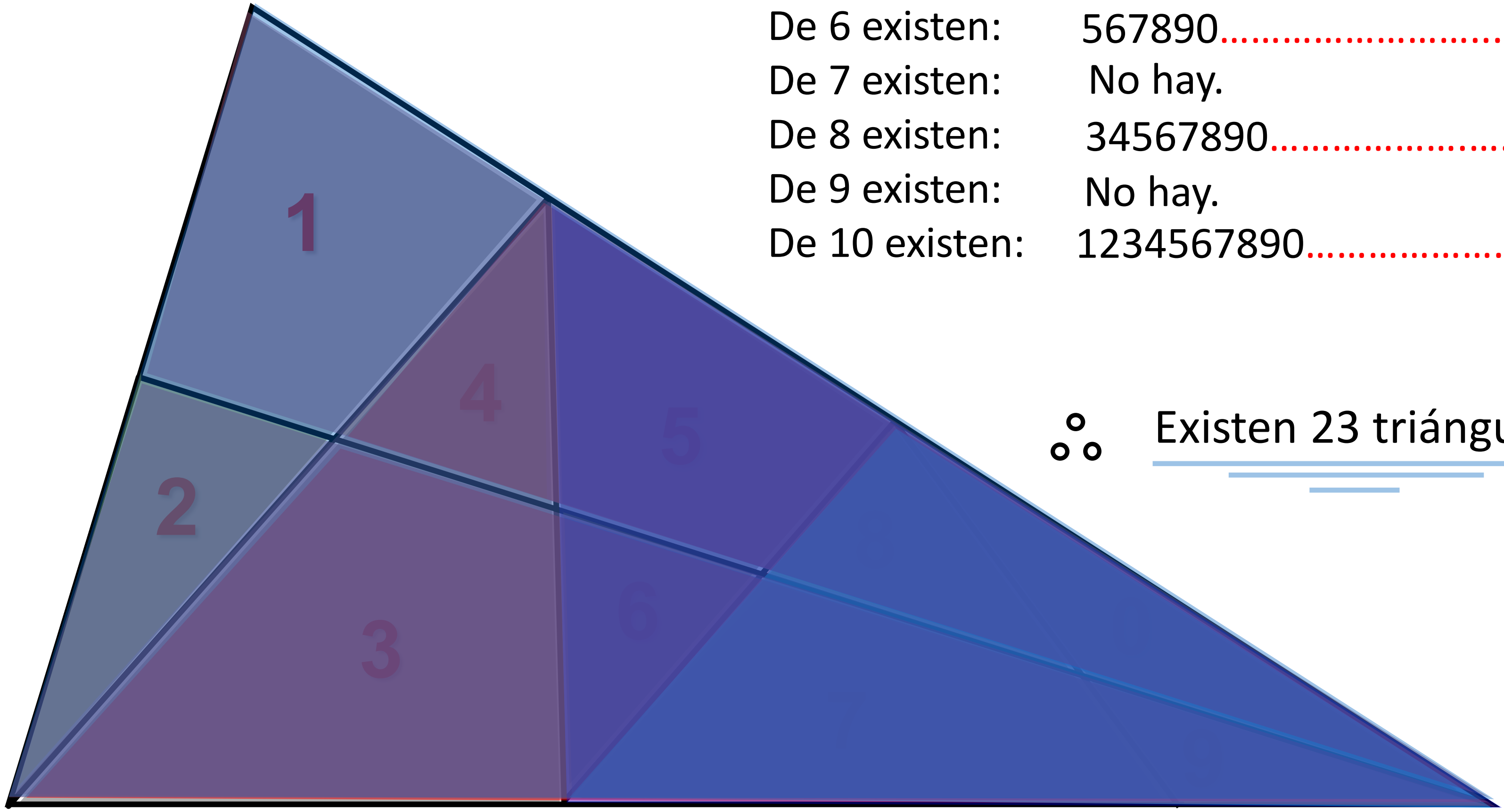


A) 21
B) 22
C) 23
D) 24
E) 30

Resolución

Nos piden: *El máximo número de triángulos.*

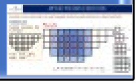
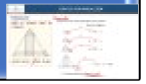
Enumeremos cada región simple para realizar el conteo uno a uno.



De 1 existen:	2;4;6;8;9;0	6
De 2 existen:	12;34;56;78;09;80;79	7
De 3 existen:	580;679	2
De 4 existen:	4580;3679;7890	3
De 5 existen:	14580;23679	2
De 6 existen:	567890	1
De 7 existen:	No hay.	
De 8 existen:	34567890	1
De 9 existen:	No hay.	
De 10 existen:	1234567890	1

∴ Existen 23 triángulos

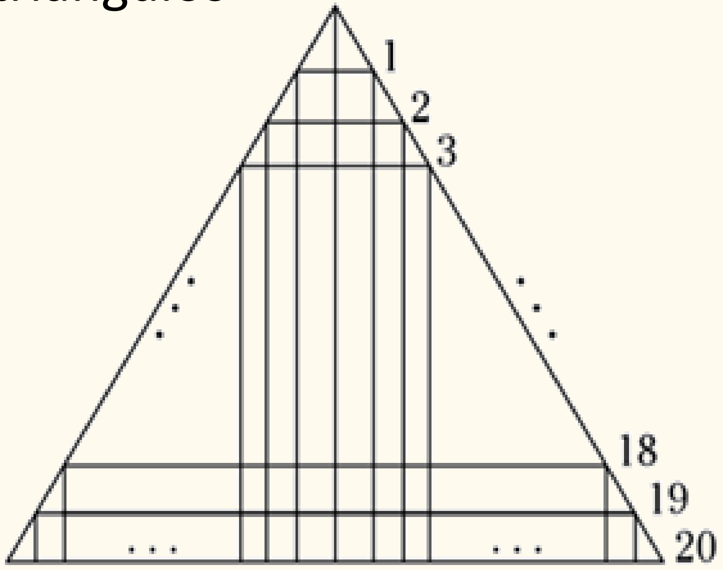
Métodos de conteo

- Método por simple inspección 
- Método por combinación 
- Conteo por inducción 

CONTEO POR INDUCCIÓN

Problema 03:

Halle el número total de triángulos

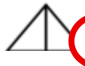


A) 420 B) 421 C) 440 D) 400

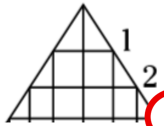
Resolución

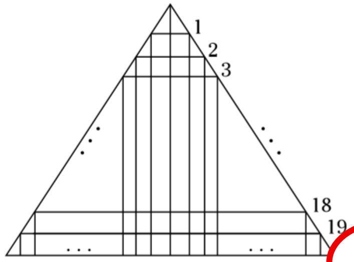
Analizamos tres casos particulares como mínimo

Total de triángulos


1 $\xrightarrow{+1}$ $3 = 2^{2} - 1$


2 $\xrightarrow{+1}$ $8 = 3^{2} - 1$

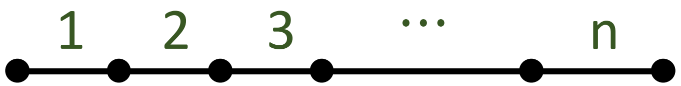

3 $\xrightarrow{+1}$ $15 = 4^{2} - 1$


20 $\xrightarrow{+1}$ $? = 21^{2} - 1 = 440$

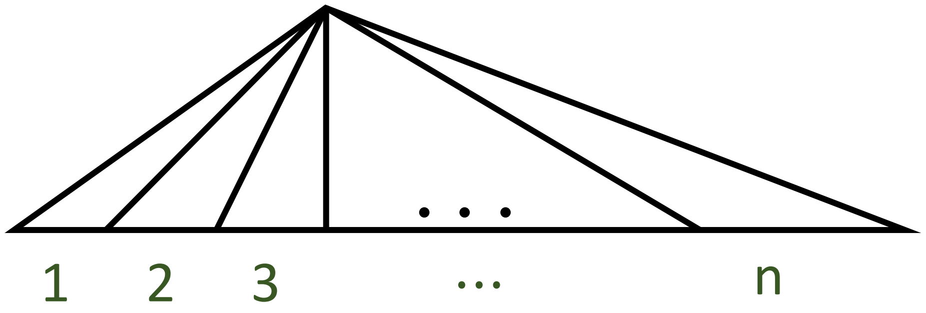
El número total de triángulos es 440

FIGURAS SUCESIVAS E IGUALES

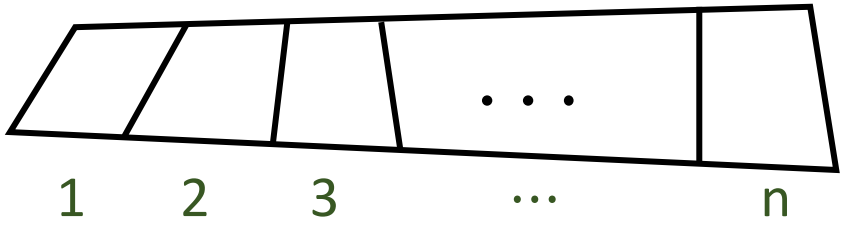
SEGMENTOS



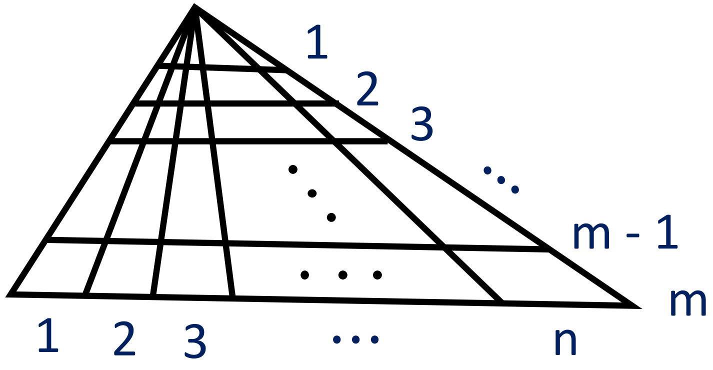
TRIÁNGULOS



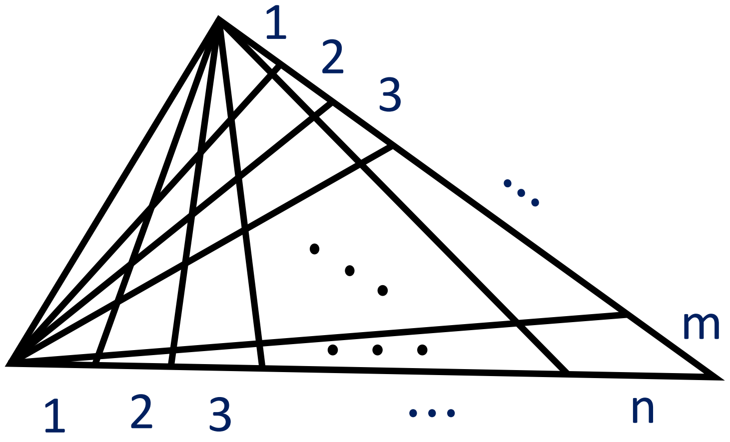
CUADRILÁTEROS



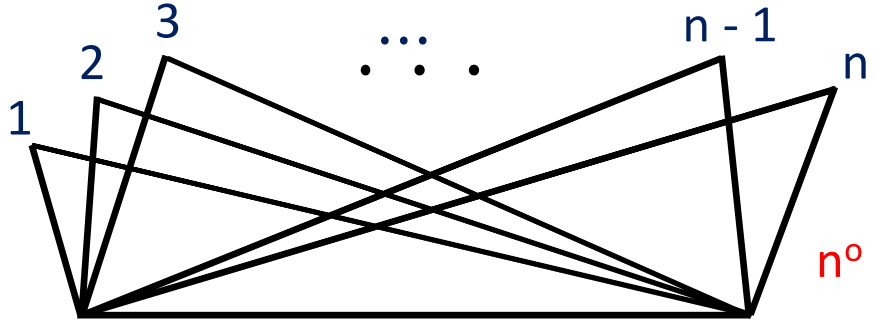
El nº de figuras $= \dfrac{n(n+1)}{2}$



nº de ∆s $= \dfrac{n(n+1)}{2} \times m$



nº de ∆s $= \dfrac{mn(m+n)}{2}$

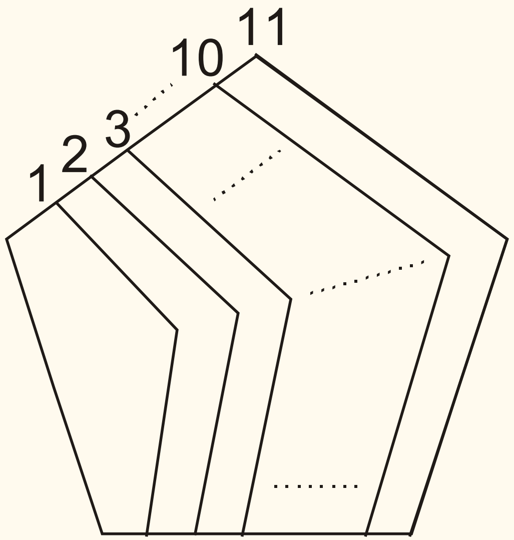


nº de ∆s $= \dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

CONTEO POR INDUCCIÓN

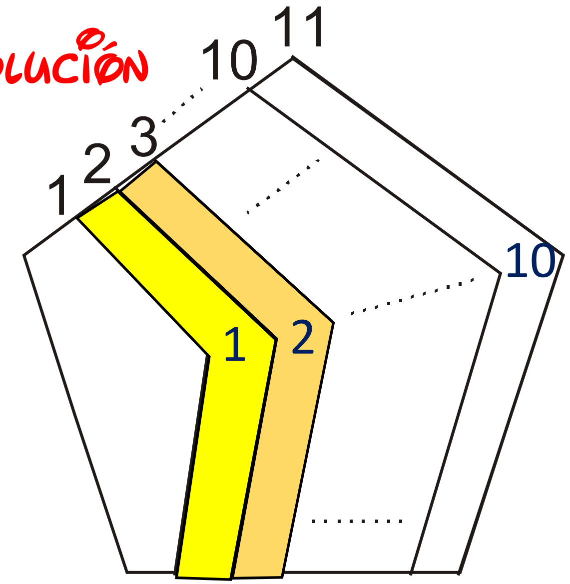
Problema 04:

Calcular la diferencia entre el número total de hexágonos y el número total de pentágonos existentes en la figura adjunta.



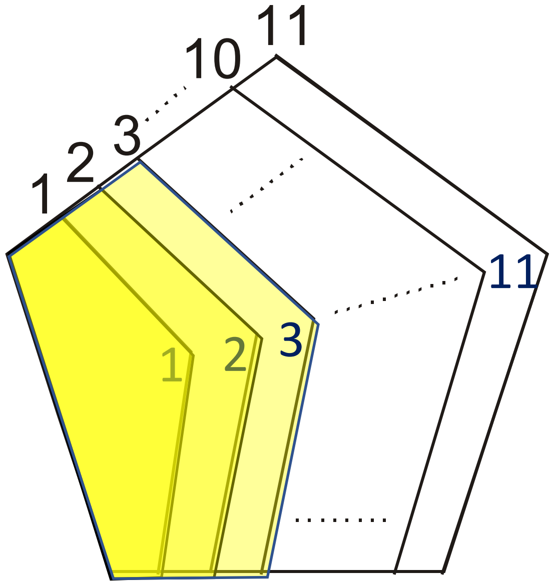
A) 28 B) 39 C) 42
D) 44 E) 64

Resolución



nº de Hexágonos

$$\frac{10(10+1)}{2} = 55$$



nº de Pentagonos

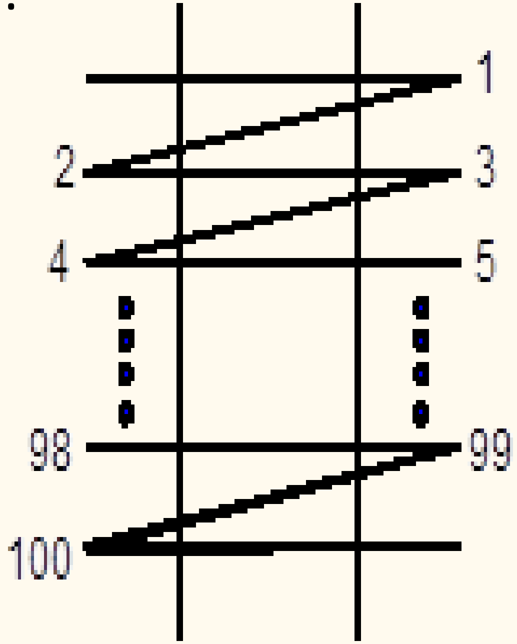
$$11$$

Piden: $55-11 = 44$

CONTEO POR INDUCCIÓN

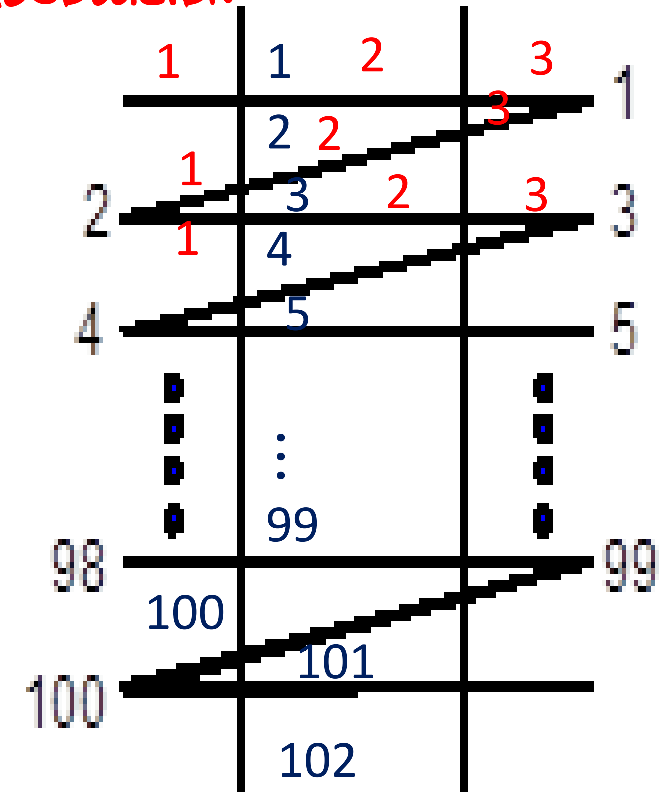
Problema 05:

¿Cuántos segmentos hay en total?



A) 11111 B) 12121
C) 11112 D) 21212

Resolución



nº de segmentos en la vertical

$$\frac{102 \times 103}{2} \times 2$$

10 506

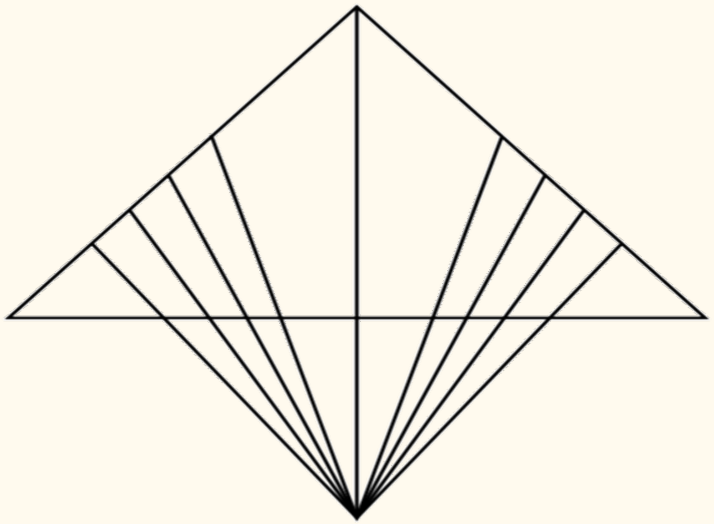
nº de segmentos en las trasversales

$$\frac{3(4)}{2} \times 101$$

606

Problema 06:

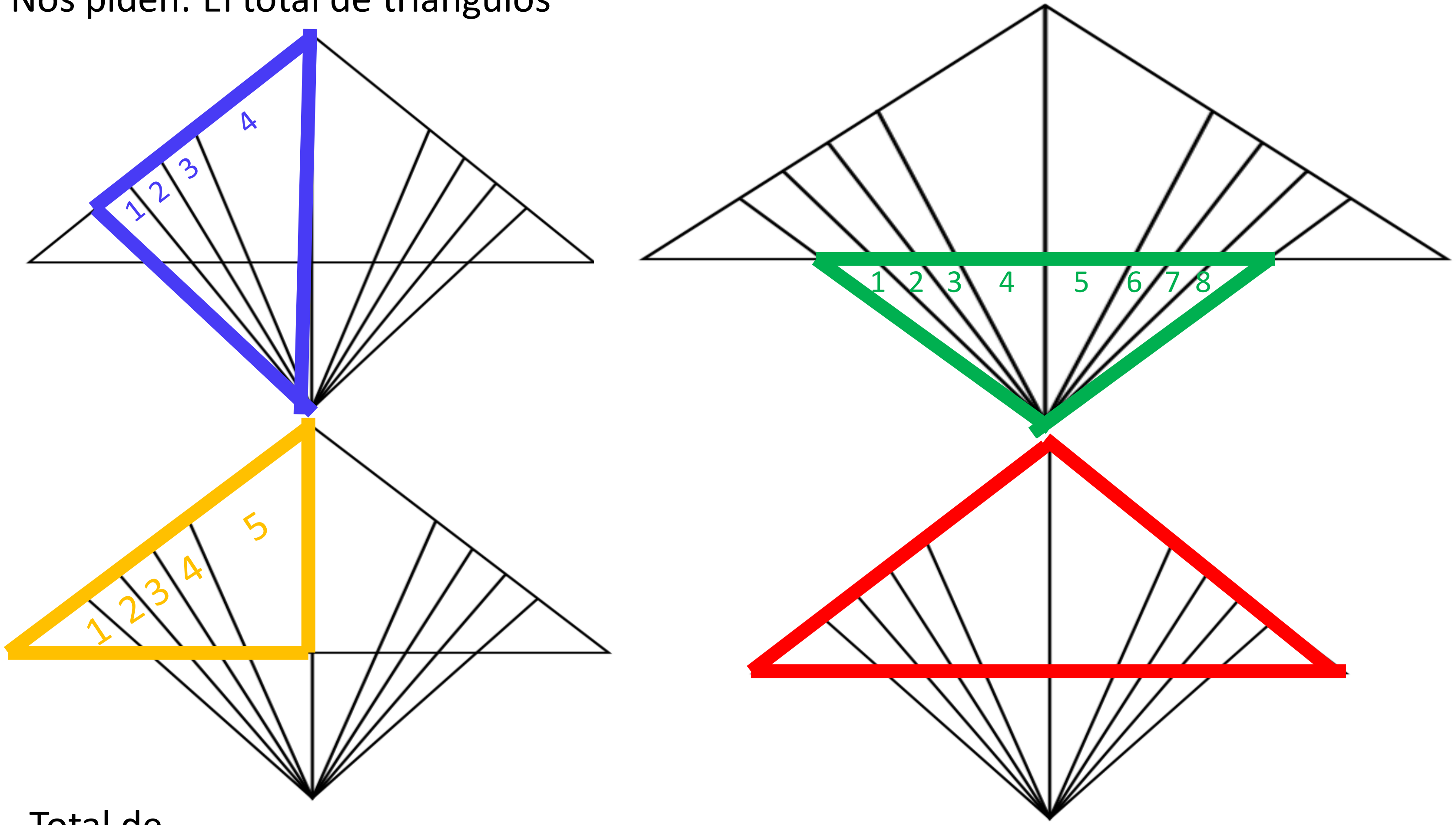
¿Cuántos triángulos se puede contar en la siguiente figura?



A) 77 B) 66 C) 69 D) 67

Resolución

Nos piden: El total de triángulos

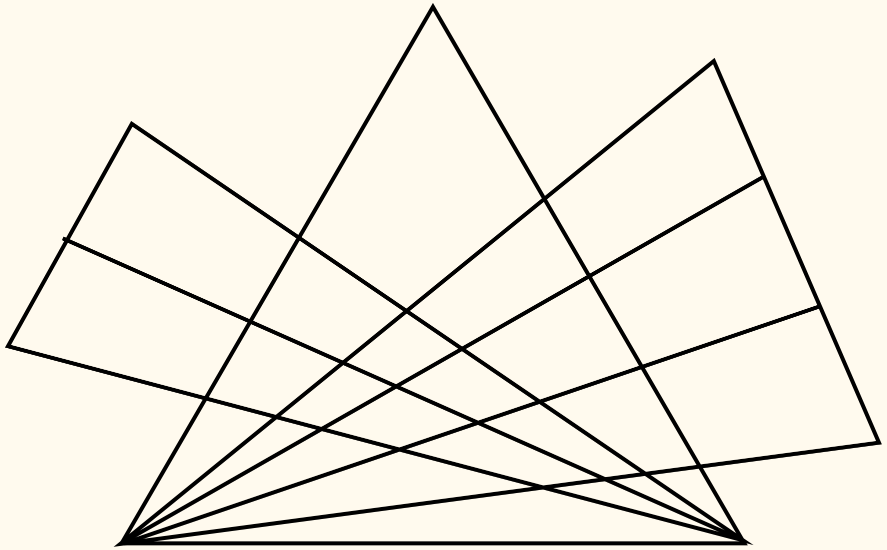


Total de triángulos $= [(4x5)/2]x2 + (8x9)/2 + 5x2 + 1 = 67$

El total de triángulos es 67

Problema 07:

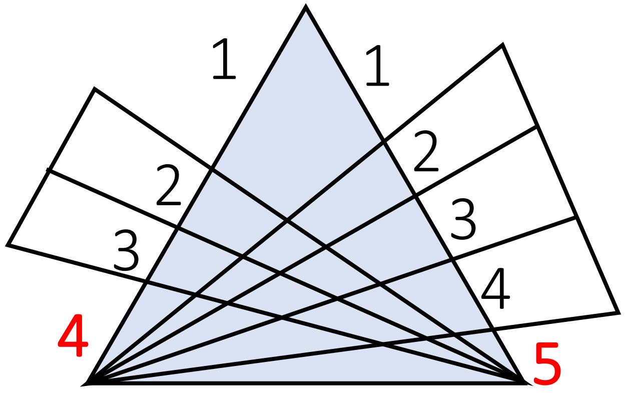
¿Cuántos triángulos se pueden contar en la siguiente figura?



A) 90 B) 93 C) 99 D) 97

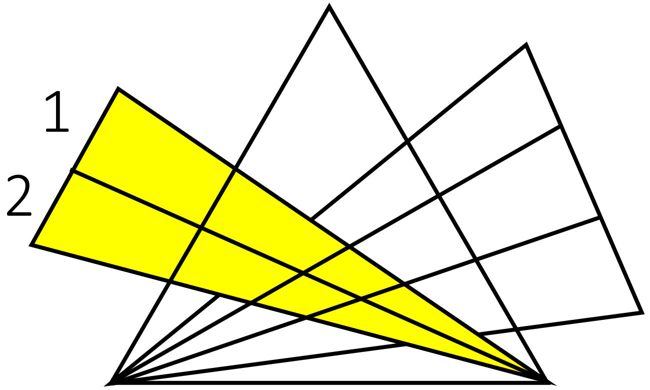
Resolución

Identificamos regiones para el conteo

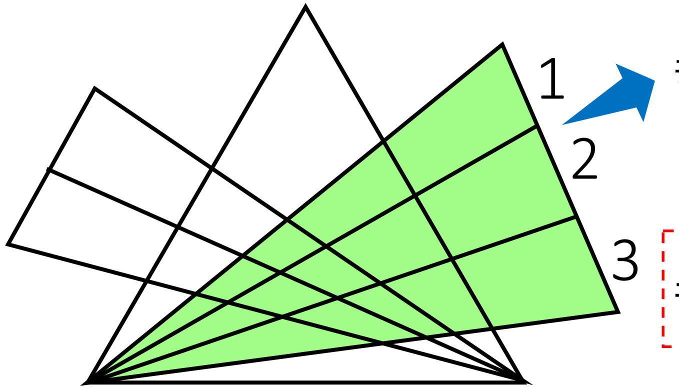


$$\#\triangle s = \frac{1}{2}(4)(5)(4+5)$$

$$\boxed{= 90}$$



$$\#\triangle s = \frac{2.3}{2} = 3$$

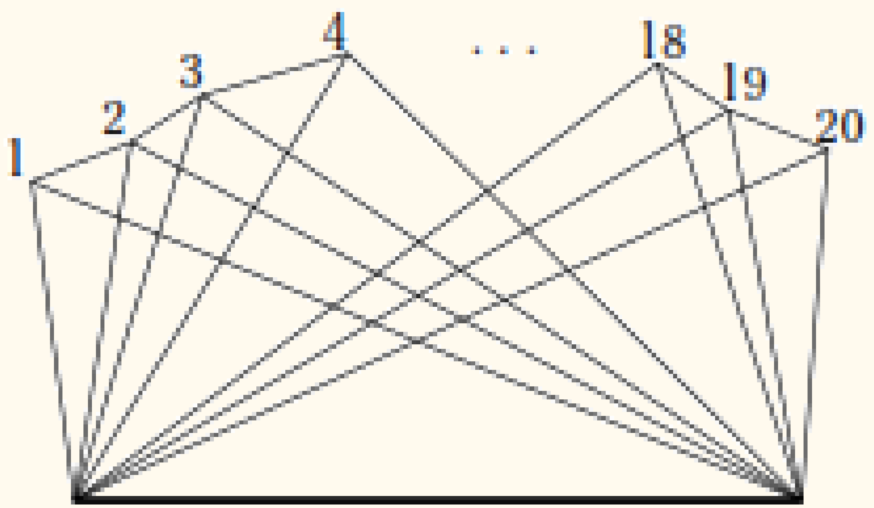


$$\#\triangle s = \frac{3.4}{2} = 6$$

$$\boxed{\#\text{ total de }\triangle s = 90 + 3 + 6 = 99}$$

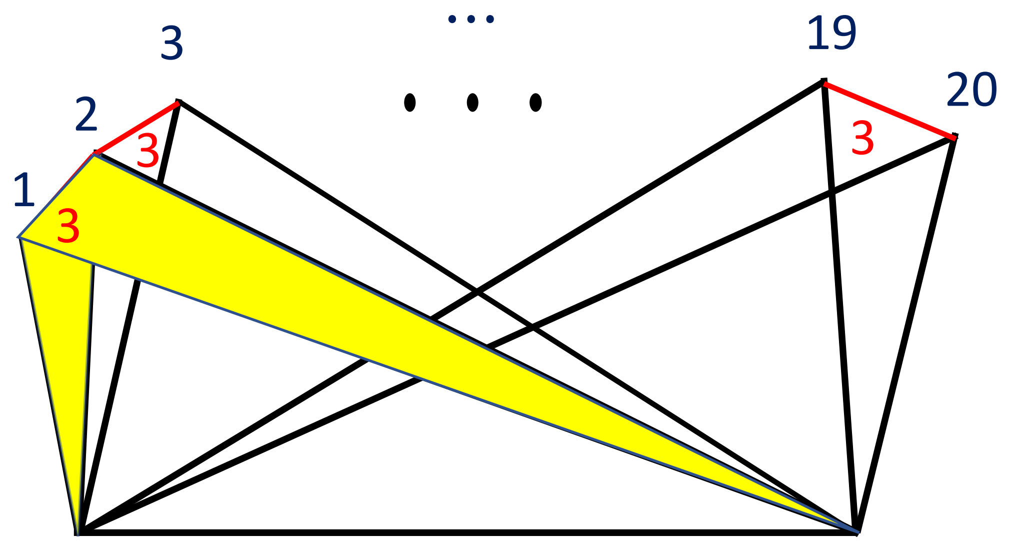
Problema 08:

Determine el número total de triángulos en el gráfico mostrado.



A) 2910 B) 2904 C) 2927
D) 2907 E) 2915

Resolución



$$n^o \text{ de } \Delta s = \frac{20(21)(41)}{6} = 2870 + 19 \times 3 = 2927$$

ENREJADOS

1	2	3	$\cdots$	m
2				
3			$\cdots$	
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
n			$\cdots$	

Nº de cuadriláteros

$$\frac{m(m+1)}{2} \times \frac{n(n+1)}{2}$$

Nº de cuadrados

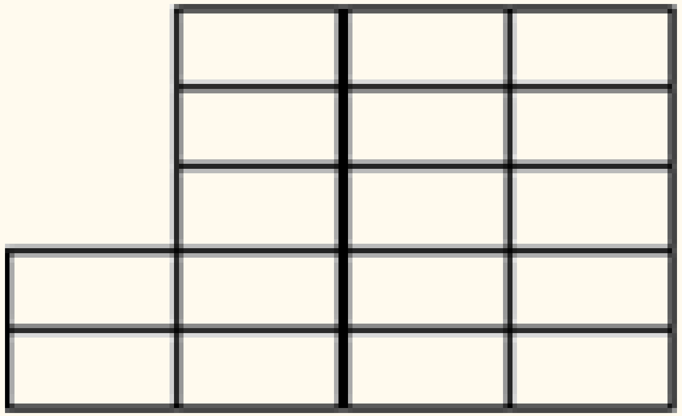
(Si las casillas son cuadradas)

$$m \times n + (m-1)(n-1) + (m-2)(n-2) + \cdots$$

Hasta al menos uno de los factores sea igual a la unidad

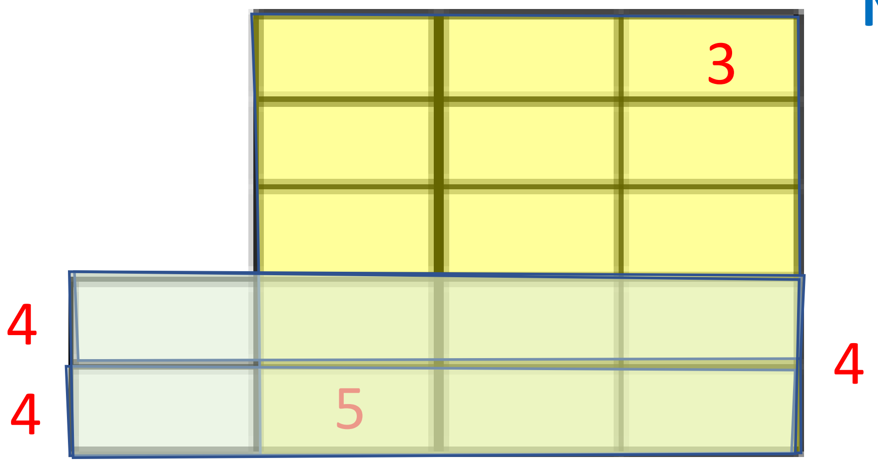
Problema 09:

Indicar el máximo número de diagonales que se pueden trazar en los cuadriláteros de la siguiente figura:



A) 203 B) 204 C) 230
D) 240 E) 255

Resolución



Nº de cuadriláteros

$$\frac{3\times 4}{2}\times\frac{5\times 6}{2} = 90$$

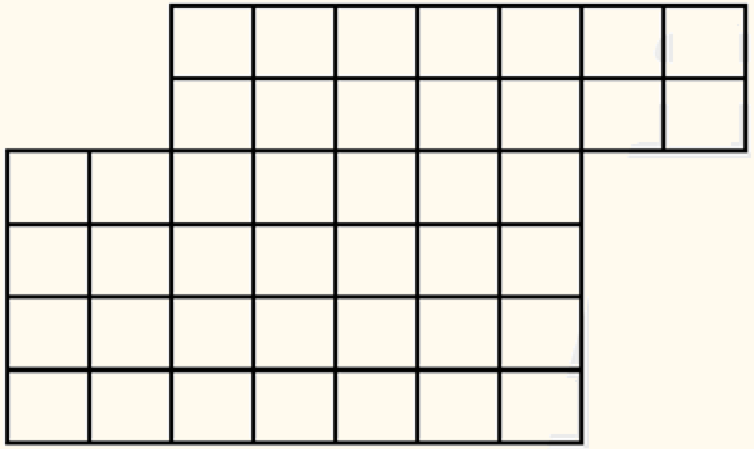
$$12$$

Total: 102 cuadriláteros

Nº de diagonales: 204

Problema 10:

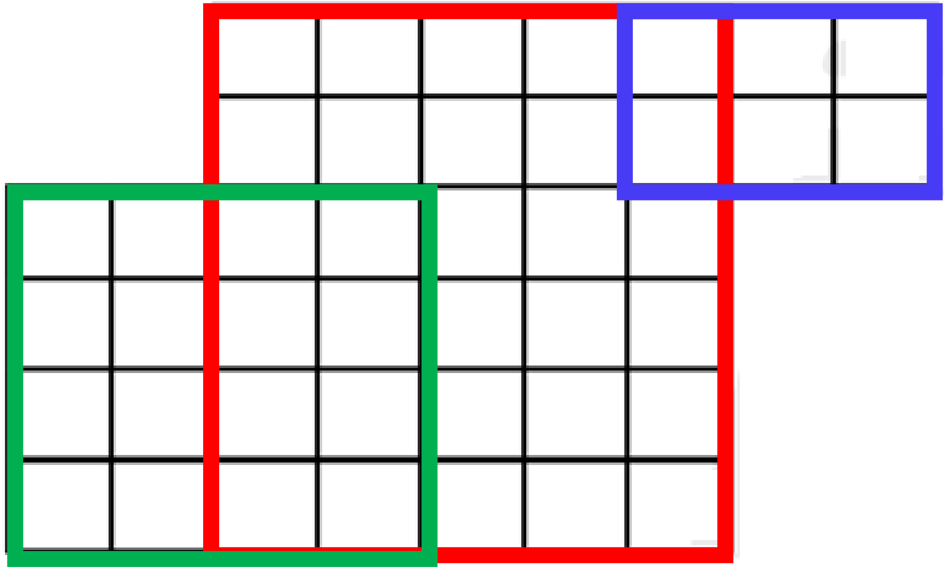
En el gráfico, cada región simple es un cuadrado. Halle el total de cuadrados.



A) 98 B) 96 C) 100 D) 92

Resolución

Nos piden: Total de cuadrados

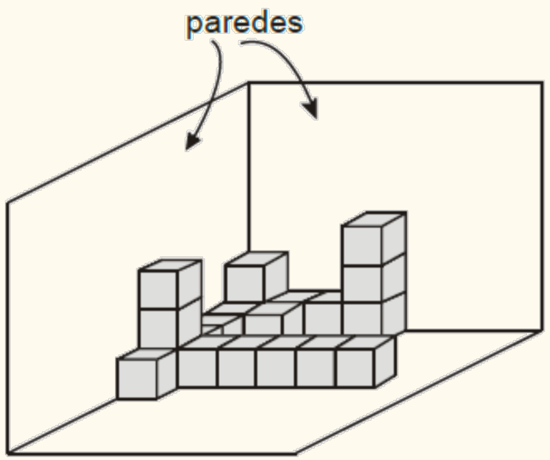


Total de cuadrados $= 6\times5+5\times4+4\times3+3\times2+2\times1 + 8+6+4+2 + 4+2 = \mathbf{96}$

$\therefore$ El total de cuadrados es 96

Problema 11:

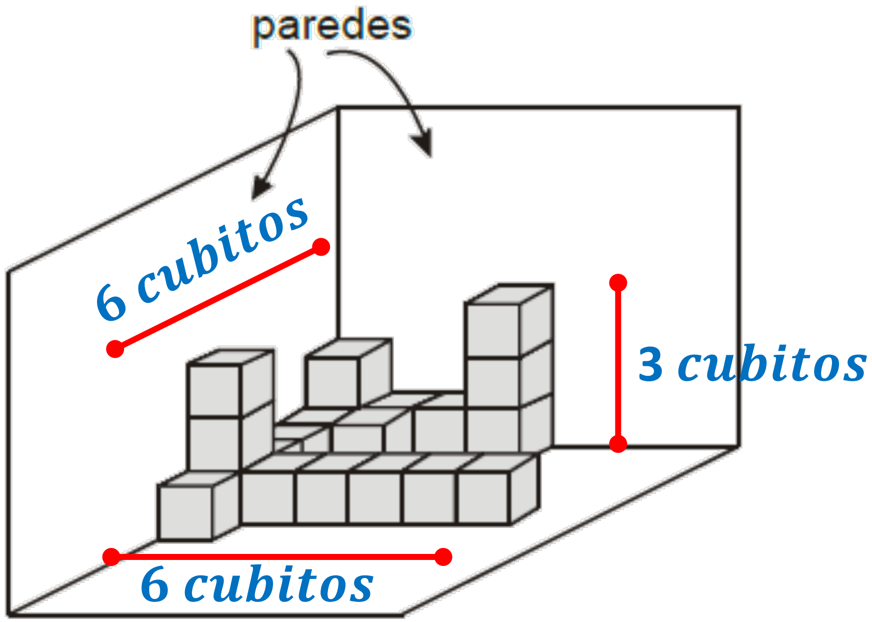
En la esquina de su cuarto, Vivianita apiló cubitos congruentes, pegados por sus caras, como se muestra en la figura. ¿Cuántos cubitos adicionales, iguales a los ya usados, debe de pegar como mínimo, para que construya un cubo compacto?



A) 196 B) 198 C) 216
D) 210 E) 200

Resolución

Se observa 20 cubitos pegados



El cubito más pequeño debe tener 6 cubitos por lado, luego el total de cubitos que formarían dicho cubo sería:

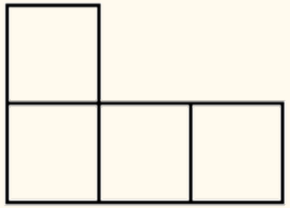
$$6 \times 6 \times 6 = 216$$

Luego el nº de cubitos adicionales sería:

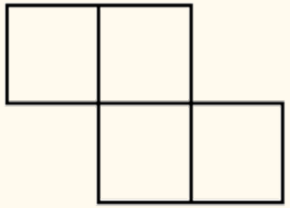
$$216 - 20 = 196$$

Problema 12:

En un tablero de ajedrez se va a ubicar una ficha. La ficha 1 le pertenece a Víctor y la ficha 2 a Francisco. Indique la diferencia positiva de la cantidad de formas distintas que cada uno puede colocar su ficha en el tablero. Considere que cada región simple de las fichas cubre exactamente una casilla del tablero de ajedrez.



ficha 1



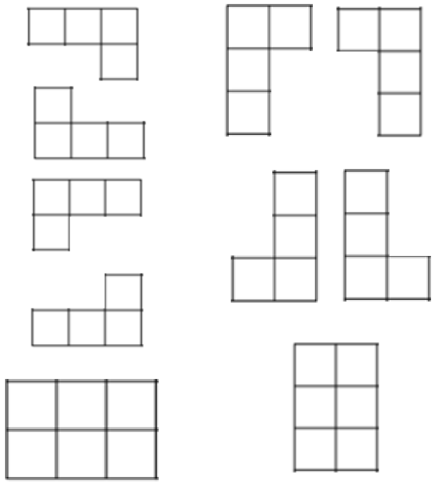
ficha 2

A) 0 B) 1 C) 168
D) 84 E) 100

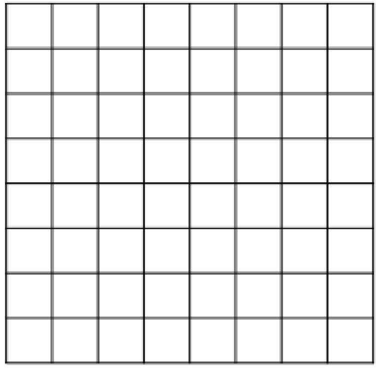
Resolución

Nos piden: La diferencia positiva de la cantidad de formas distintas que cada uno puede colocar su ficha en el tablero

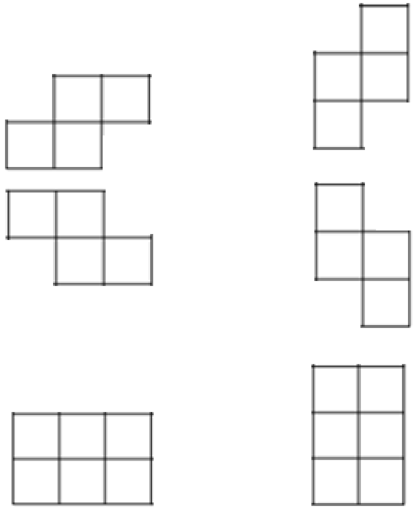
VICTOR



6x7 6x7



FRANCISCO



6x7 6x7

Total de formas de Víctor = 4(6x7+6x7) = 336

Total de formas de Francisco = 2(6x7+6x7) = 168

∴ La diferencia positiva es 336 – 168 = 168

MOMENTO DE PRACTICAR

PROBLEMAS Y RESOLUCIÓN

Problema 13:

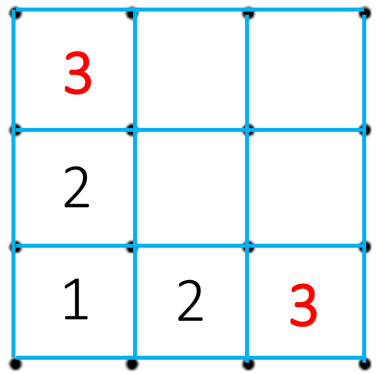
Halle el total de cuadrados que pueden formarse, de modo que tengan solamente como vértices los puntos dados en el gráfico. Considere los puntos igualmente espaciados.

A) 18 B) 19 C) 20

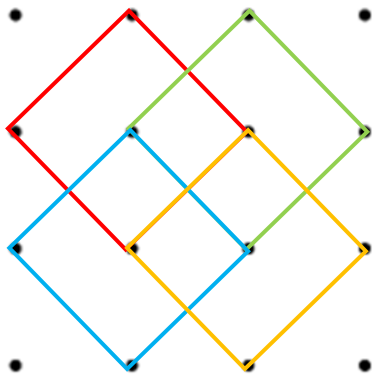
D) 21 E) 22

Resolución

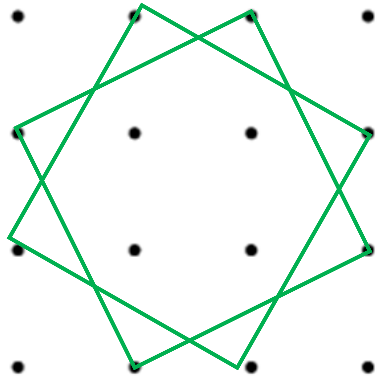
Nos piden: el total de cuadrados que se pueden formar



$$\# \, cuadrados = 3.3 + 2.2 + 1.1 = 14$$



$4 \, cuadrados$



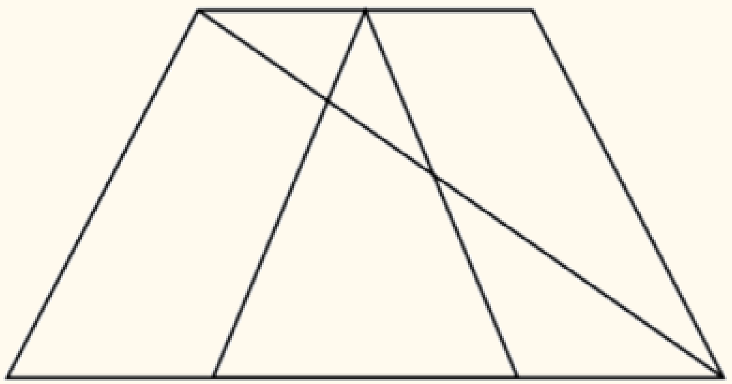
$2 \, cuadrados$

El total de cuadrados

$\boxed{14 + 4 + 2 = 20}$

Problema 14:

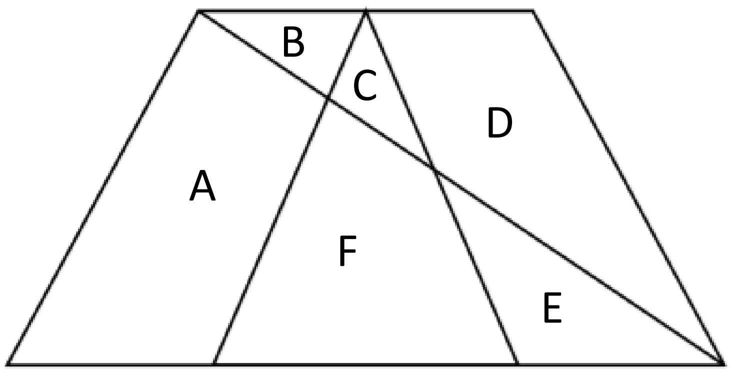
¿Cuántos cuadriláteros se puede contar como máximo en la siguiente figura?



A) 10　　B) 11　　C) 12
D) 13　　E) 14

Resolución

Nos piden: Total de cuadriláteros



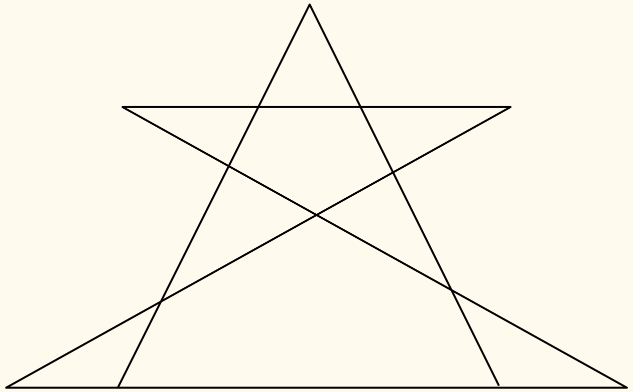
Contando cuadriláteros con:

1 región simple	A, D, F	3
2 regiones simples	AB, AF, DE, CD	4
3 regiones simples	CFE	1
4 regiones simples	ABCF, CDEF	2
6 regiones simples	ABCDEF	1
		11

∴ El total de cuadriláteros es 11

Problema 15:

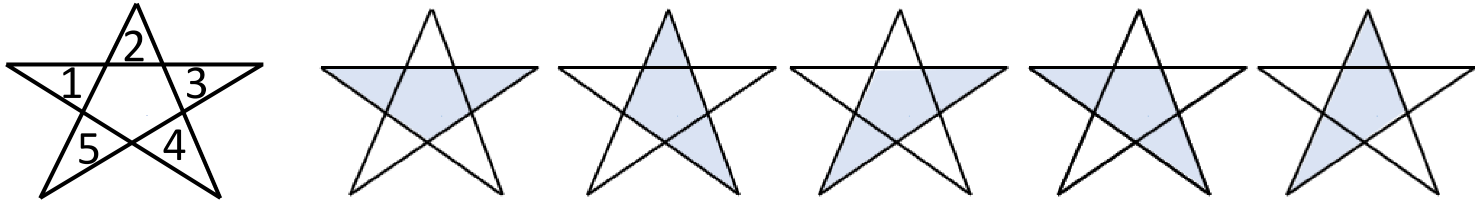
Hallar el total de triángulos en:

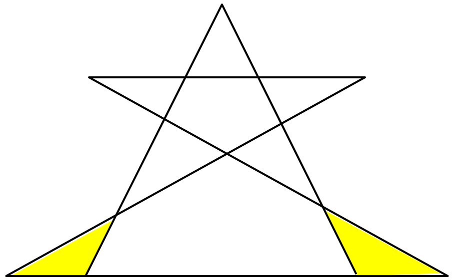


A)16 B)17 C)18
D)14 E) 19

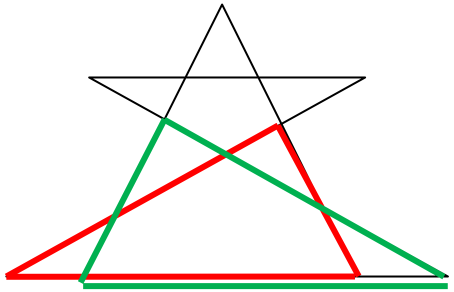
Resolución

Realizamos el conteo por zonas *(en la estrella hay 10 triángulos)*

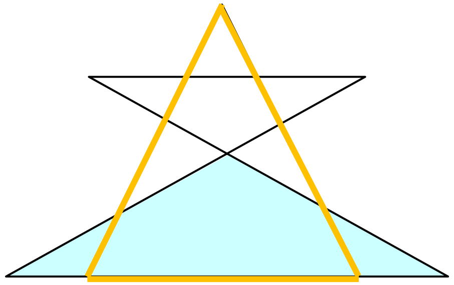




2 triángulos



2 triángulos

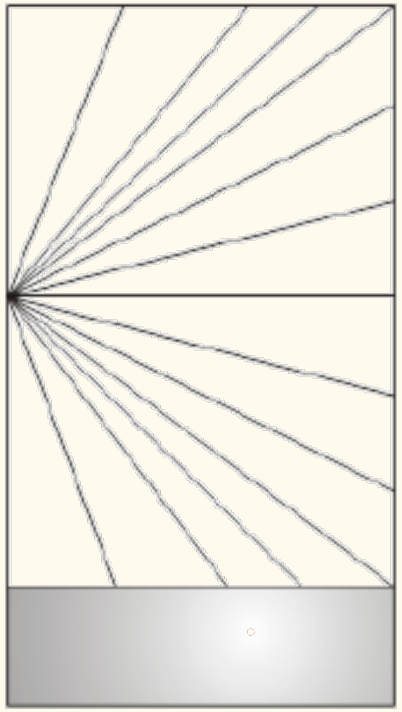


2 triángulos

Se cuentan en total 16 triángulos

Problema 16:

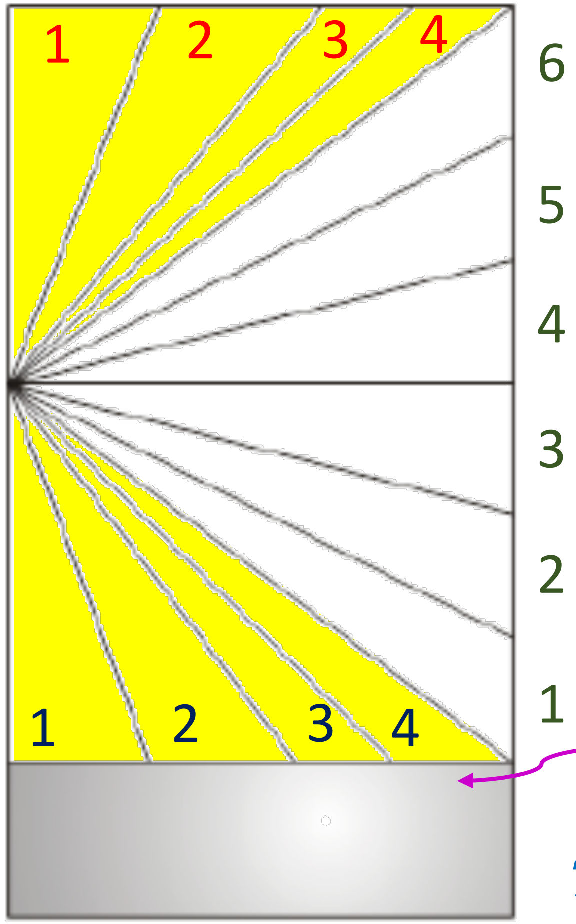
En la figura se muestra la estructura de una puerta de fierro el cual será cubierto con vidrio. ¿Cuántos triángulos, como máximo se pude contar en dicha estructura?



A) 41
B) 27
C) 40
D) 35

Resolución

$$\frac{4\times 5}{2}=10$$



$$\frac{6\times 7}{2}=21$$

$$\frac{4\times 5}{2}=10$$

$$\boldsymbol{Total\ \square s=10+10+21=41}$$

FIN DE LA SESIÓN

PRACTICA Y APRENDERÁS